



CONCURSO VESTIBULAR PUC-RIO - 2025

2º DIA - TARDE

GABARITO

GRUPO 1

**PROVAS OBJETIVAS DE
CIÊNCIAS DA NATUREZA E DE CIÊNCIAS HUMANAS
PROVA DISCURSIVA
DE MATEMÁTICA**

14 de outubro de 2024

CLASSIFICAÇÃO PERIÓDICA DOS ELEMENTOS

Com massas atômicas referidas ao isótopo 12 do carbono

18

VIIIA

1

IA

1	H	1,0079
2	Li	6,941(2)
3	Na	22,990
4	K	39,098
5	Rb	85,468
6	Cs	132,91
7	Fr	223,02

IIA

4	Be	9,0122
11	Mg	24,305
19	Ca	40,078(4)
37	Sr	87,62
55	Ba	137,33
87	Ra	226,03

IIIB

21	Sc	44,956
39	Y	88,906
57 a 71	La-Lu	
89 a 103	Ac-Lr	

IVB

22	Ti	47,867
40	Zr	91,224(2)
72	Hf	178,49(2)
104	Rf	261

VB

23	V	50,942
41	Nb	92,906
73	Ta	180,95
105	Db	262

VIB

24	Cr	51,996
42	Mo	95,94
74	W	183,84
106	Sg	

VII

25	Mn	54,938
43	Tc	98,906
75	Re	186,21
107	Bh	

VIII

26	Fe	55,845(2)
44	Ru	101,07(2)
76	Os	190,23(3)
108	Hs	

VIII

27	Co	58,933
45	Rh	102,91
77	Ir	192,22
109	Mt	

VIII

28	Ni	58,693
46	Pd	106,42
78	Pt	195,08(3)
110	Un	

IB

29	Cu	63,546(3)
47	Ag	107,87
79	Au	196,97
111	Uu	

IB

30	Zn	65,39(2)
48	Cd	112,41
80	Hg	200,59(2)
112	Uub	

IIA

13	B	10,811(5)
14	C	12,011
15	N	14,007
16	O	15,999
17	F	18,998
18	Ne	20,180

IIIA

IIIA

13	Al	26,982
14	Si	28,086
15	P	30,974
16	S	32,066(6)
17	Cl	35,453
18	Ar	39,948

IIIA

31	Ga	69,723
32	Ge	72,61(2)
50	Sn	118,71
82	Pb	207,2

IIIA

33	As	74,922
51	Sb	121,76
83	Bi	208,98
113	Uuh	

IIIA

34	Se	78,96(3)
52	Te	127,60(3)
84	Po	209,98
114	Uut	

IIIA

35	Br	79,904
53	I	126,90
85	At	209,99
115	Uup	

IIIA

36	Kr	83,80
54	Xe	131,29(2)
86	Rn	222,02
116	Uuq	

IIIA

37	Rb	85,468
55	Cs	132,91
87	Fr	223,02
117	Uus	

IIIA

38	Sr	87,62
56	Ba	137,33
88	Ra	226,03
118	Uuo	

IIIA

39	Y	88,906
57 a 71	La-Lu	
89 a 103	Ac-Lr	
112	Uub	

IIIA

40	Zr	91,224(2)
58	Ce	140,12
88	Ra	226,03
118	Uuo	

IIIA

41	Nb	92,906
59	Pr	140,91
89	Ac	227,03
119	Uuq	

IIIA

42	Hf	178,49(2)
60	Nd	144,24(3)
90	Th	232,04
120	Uuq	

IIIA

43	Ta	180,95
61	Pm	146,92
91	Pa	231,04
121	Uuq	

IIIA

44	Mo	95,94
62	Sm	150,36(3)
92	U	238,03
122	Uuq	

IIIA

45	Rh	102,91
63	Eu	151,96
93	Np	237,05
123	Uuq	

IIIA

46	Pd	106,42
64	Gd	157,25(3)
94	Pu	239,05
124	Uuq	

IIIA

47	Ag	107,87
65	Tb	158,93
95	Am	241,06
125	Uuq	

IIIA

48	Cd	112,41
66	Dy	162,50(3)
96	Cm	244,06
126	Uuq	

IIIA

49	In	114,82
67	Ho	164,93
97	Bk	249,08
127	Uuq	

IIIA

50	Sn	118,71
68	Er	167,26(3)
98	Cf	252,08
128	Uuq	

IIIA

51	Sb	121,76
69	Tm	168,93
99	Es	252,08
129	Uuq	

IIIA

52	Te	127,60(3)
70	Yb	173,04(3)
100	Fm	257,10
130	Uuq	

IIIA

53	I	126,90
71	Lu	174,97
101	Md	258,10
131	Uuq	

IIIA

54	Xe	131,29(2)
72	Hg	200,59(2)
102	No	259,10
132	Uuq	

IIIA

55	Cs	132,91
73	Tl	204,38
103	Lr	262,11
133	Uuq	

IIIA

56	Ba	137,33
74	Pb	207,2
104	Rf	261
134	Uuq	

IIIA

57 a 71	La-Lu	
89 a 103	Ac-Lr	
112	Uub	
116	Uuq	

IIIA

58	Ce	140,12
75	Re	186,21
105	Db	262
119	Uuq	

IIIA

59	Pr	140,91
76	Os	190,23(3)
106	Sg	
120	Uuq	

IIIA

60	Nd	144,24(3)
77	Ir	192,22
107	Bh	
121	Uuq	

IIIA

61	Pm	146,92
78	Pt	195,08(3)
108	Hs	
122	Uuq	

IIIA

62	Sm	150,36(3)
79	Au	196,97
109	Mt	
123	Uuq	

IIIA

63	Eu	151,96
80	Hg	200,59(2)
110	Un	
124	Uuq	

IIIA

64	Gd	157,25(3)
81	Tl	204,38
111	Uu	
125	Uuq	

IIIA

65	Tb	158,93
82	Pb	207,2
112	Uub	
126	Uuq	

IIIA

66	Dy	162,50(3)
83	Bi	208,98
113	Uuh	
127	Uuq	

IIIA

67	Ho	164,93
84	Po	209,98
114	Uut	
128	Uuq	

IIIA

68	Er	167,26(3)
85	At	209,99
115	Uup	
129	Uuq	

IIIA

69	Tm	168,93
86	Rn	222,02
116	Uuq	
130	Uuq	

IIIA

70	Yb	173,04(3)
87	Fr	223,02
117	Uus	
131	Uuq	

IIIA

71	Lu	174,97
88	Ra	226,03
118	Uuo	
132	Uuq	

IIIA

72	Hg	200,59(2)
89	Ac	227,03
119	Uuq	
133	Uuq	

IIIA

73	Tl	204,38
90	Th	232,04
120	Uuq	
134	Uuq	

IIIA

74	Pb	207,2
91	Pa	231,04
121	Uuq	
135	Uuq	

IIIA

75	Bi	208,98
92	U	238,03
122	Uuq	
136	Uuq	

IIIA

76	Po	209,98
93	Np	237,05
123	Uuq	
137	Uuq	

IIIA

77	At	209,99
94	Pu	239,05
124	Uuq	
138	Uuq	

IIIA

78	Rn	222,02
95	Am	241,06
125	Uuq	
139	Uuq	

IIIA

79	Fr	223,02
96	Cm	244,06
126	Uuq	
140	Uuq	

IIIA

80	Ac	227,03
97	Bk	249,08
127	Uuq	
141	Uuq	

IIIA

81	Th	232,04
98	Cf	252,08
128	Uuq	
142	Uuq	

IIIA

82	Pb	207,2
99	Es	252,08
129	Uuq	
143	Uuq	

IIIA

83	Bi	208,98
100	Fm	257,10
130	Uuq	
144	Uuq	

IIIA

84	Po	209,98
101	Md	258,10
131	Uuq	
145	Uuq	

IIIA

85	At	209,99
----	----	--------

CIÊNCIAS DA NATUREZA

1

Physalis peruviana L. (fisális) apresenta grande potencial econômico devido ao sabor diferenciado de seus frutos. A produtividade dos pomares brasileiros é baixa em função do número limitado de variedades ou cultivares disponíveis. O principal entrave na seleção de genótipos superiores é a falta de informação sobre a variabilidade genética dentro e entre as populações de fisális e, possivelmente, a base genética limitada das mesmas, que pode ser explicada pelos processos evolutivos, de domesticação e de seleção das populações naturais ou artificiais.

SANTOS, M. dos. *et al.* Origin, evolution and strategies for the genetic improvement of physalis. *Ciência Rural*, v. 53, n. 7, p. e20210742, 2023. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/cr/a/Gg-CpLfG8PVKTBscBzYCLjJF/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 10 jul. 2024.

A partir de que estrutura celular pode-se obter informações sobre variabilidade genética de um indivíduo?

- (A) Núcleo
(B) Complexo golgiense
(C) Peroxissomo
(D) Centríolo
(E) Vacúolo

2

Os artrópodes são animais que possuem corpos segmentados, exoesqueleto e apêndices articulados, acionados por músculos de contração rápida. A respeito do filo Arthropoda, assinale verdadeiro (V) ou falso (F) nas afirmativas a seguir.

- () Os aracnídeos têm corpo dividido em cefalotórax e abdome, e seus olhos são simples.
() Os insetos têm corpo dividido em cabeça, tórax e abdome, apresentam tubo digestório incompleto e digestão intracelular, e sua respiração é feita por traqueias.
() Os crustáceos apresentam dois pares de antenas, um par de mandíbulas e duas maxilas e têm excreção dependente de glândulas situadas na cabeça (glândulas verdes ou antenares).
() A digestão, nas aranhas, é extracorpórea: primeiro, elas injetam veneno na presa, depois secretam enzimas para a digestão, e, por fim, sugam o produto líquido resultante.
() O crescimento nos artrópodes não é contínuo como em outros animais, pois eles passam por mudas (ou ecdises) durante o crescimento, nas quais o exoesqueleto antigo é descartado e chamado de casulo.

A ordem correta, de cima para baixo, é

- (A) V, V, V, V, F
(B) V, F, V, V, F
(C) V, F, V, V, V
(D) F, F, V, V, F
(E) F, F, F, V, V

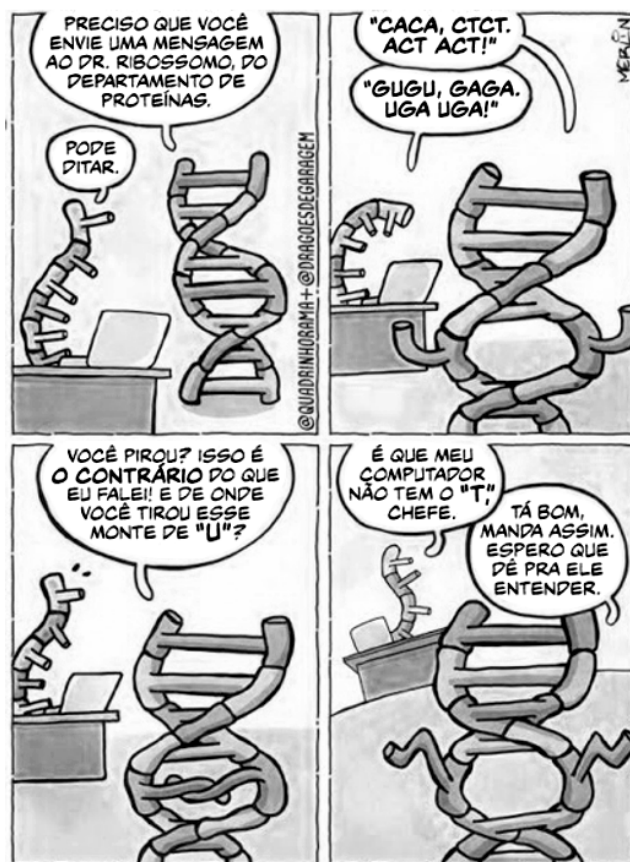
3

A acondroplasia é uma doença genética que apresenta herança monogênica autossômica recessiva. Considere uma população de 1.500 indivíduos em equilíbrio de Hardy-Weinberg, dos quais 60 apresentam essa doença. Nesse contexto, quais são, respectivamente, as frequências do alelo dominante e do alelo recessivo?

- (A) 0,2 e 0,8
(B) 0,4 e 0,6
(C) 0,4 e 0,8
(D) 0,6 e 0,4
(E) 0,8 e 0,2

4

Analise a Figura apresentada a seguir.



Disponível em: <https://x.com/dragoesgareagem/status/1367475252125708289/photo/1>. Acesso em: 1 ago. 2024. Adaptado.

Essa Figura refere-se ao processo de codificação de informação entre o

- (A) RNA ribossomal e o RNA mensageiro durante a transcrição.
(B) RNA ribossomal e o RNA transportador durante a tradução.
(C) RNA mensageiro e o RNA transportador durante a tradução.
(D) DNA e o RNA mensageiro durante a transcrição.
(E) DNA e o RNA ribossomal durante a duplicação do material genético.

5

As orquídeas frequentemente estabelecem uma relação com fungos micorrízicos. Nessa interação, conhecida como micorriza, os fungos se associam às raízes das orquídeas, formando uma rede de filamentos. Esses filamentos aumentam consideravelmente a superfície de absorção das raízes das orquídeas, permitindo uma maior captação de água e de nutrientes do substrato. Essa interação é particularmente importante para as orquídeas e as beneficia, pois elas frequentemente crescem em ambientes onde esses recursos são escassos ou difíceis de acessar. Em contrapartida, as orquídeas oferecem carboidratos e aminoácidos essenciais para o crescimento dos fungos.

A relação ecológica descrita, fundamental para o desenvolvimento dessas plantas em diversos ambientes, é denominada

- (A) comensalismo
- (B) competição
- (C) mutualismo
- (D) parasitismo
- (E) predação

6

Em um calorímetro perfeito, colocam-se 50 g de água a 50°C , e bombeiam-se 10 g de vapor de água a 100°C . Imediatamente após, isola-se esse calorímetro.

Após atingir o equilíbrio térmico, qual será a temperatura final, em graus Celsius, dentro desse calorímetro?

- (A) 150
- (B) 100
- (C) 92
- (D) 75
- (E) 50

Dado

$$c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C};$$

$$L_{\text{vaporização}} = 540 \text{ cal/g}.$$

7

Uma onda estacionária se forma em uma corda de violão em seu harmônico principal. Sabe-se que o comprimento da corda do violão é 55 cm.

Qual é o comprimento de onda, em metros, dessa onda?

- (A) 0,275
- (B) 0,55
- (C) 1,1
- (D) 2,2
- (E) 11,0

8

Em uma meia maratona (21 km de extensão), uma corredora fez o percurso tal que, durante o primeiro terço da distância, correu a 50% de sua velocidade máxima; no segundo terço, foi a 100% e, no último terço, baixou a 80%. Considerando-se que a velocidade média dessa corredora durante todo o percurso foi de 12 km/h, qual foi a velocidade máxima, em m/s, que a corredora alcançou?

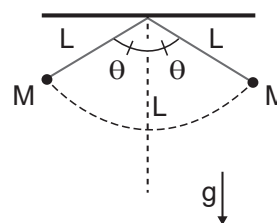
- (A) 12
- (B) 14
- (C) 15
- (D) 17
- (E) 24

QUESTÃO ANULADA

A pergunta deveria ser "...qual foi a velocidade máxima, em km/h, que a corredora alcançou?"

9

Dois pêndulos idênticos, formados por massas pontuais $M = 1,0 \text{ kg}$ e cordas ideais de comprimento $L = 3,6 \text{ m}$, estão inicialmente em repouso na vertical. Uma pequena carga explosiva entre as massas pontuais impulsiona os pêndulos em direções opostas. As massas pontuais atingem uma altura máxima e, nesse instante, os pêndulos formam um ângulo $\theta = 60^\circ$ com a vertical, como mostrado na Figura.



Desprezando-se atritos, o módulo das velocidades, em m/s, dessas massas, imediatamente após a explosão, é

- (A) 0,6
- (B) 1,8
- (C) 3,6
- (D) 4,0
- (E) 6,0

Dado

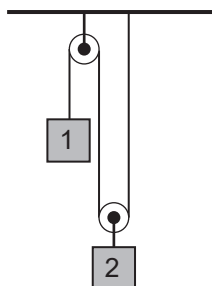
$$g = 10 \text{ m/s}^2;$$

$$\sin 60^\circ = 0,87;$$

$$\cos 60^\circ = 0,50.$$

10

No sistema mostrado na Figura, os blocos 1 e 2 são idênticos e têm massa M . Um único fio ideal, sustentado ao teto à direita, passa por duas roldanas ideais (não massivas).

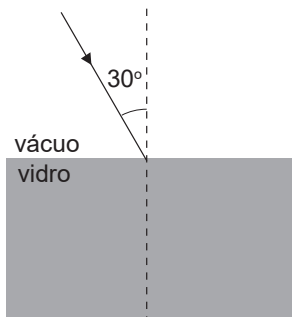


Nessas condições e sendo g o módulo da aceleração da gravidade, qual é o módulo e o sentido da aceleração do bloco 2?

- (A) $2g/5$, subindo
- (B) $g/3$, subindo
- (C) $g/5$, subindo
- (D) $g/5$, descendo
- (E) $g/3$, descendo

11

Um feixe de luz monocromática, com comprimento de onda de 400 nm , se propaga no vácuo com velocidade $3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ e, então, incide em uma placa de vidro transparente, com índice de refração $1,5$, como mostrado na Figura.



Considere as seguintes afirmações sobre a propagação desse feixe de luz **dentro do vidro**:

- I – O comprimento de onda da luz é 600 nm .
- II – A luz se propaga em uma direção com ângulo de 45° em relação à direção normal à interface.
- III – A luz percorre 20 cm em 10^{-9} segundos.
- IV – A velocidade de propagação da luz é aproximadamente 67% da velocidade da luz no vácuo.

É correto **APENAS** o que se afirma em

- (A) I e II
- (B) I e III
- (C) II e III
- (D) II e IV
- (E) III e IV

12

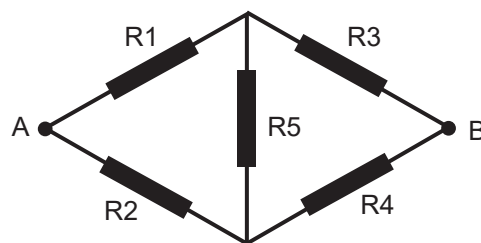
Uma partícula de carga $4,0 \times 10^{-9} \text{ C}$, com velocidade inicial de $3,0 \times 10^5 \text{ m/s}$, entra em uma região onde há campos elétrico e magnético, ambos uniformes. Nessa região, o campo gravitacional pode ser ignorado, e o campo magnético tem módulo $2,0 \times 10^{-4} \text{ T}$ e está perpendicular à velocidade de entrada da partícula.

Considerando-se que a partícula atravessa essa região sem modificar em nada seu movimento, qual é o módulo, em N/C , do campo elétrico?

- (A) $2,4 \times 10^{-8}$
- (B) $1,2 \times 10^{-4}$
- (C) 0
- (D) 60
- (E) $1,5 \times 10^9$

13

Cinco resistores idênticos, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1,0 \text{ k}\Omega$, estão ligados por fios ideais, como mostrado na Figura a seguir.



Aplica-se, então, uma ddp de 100 V entre os terminais A e B.

Calcule a potência dissipada, em watts, **APENAS** no resistor R_5 .

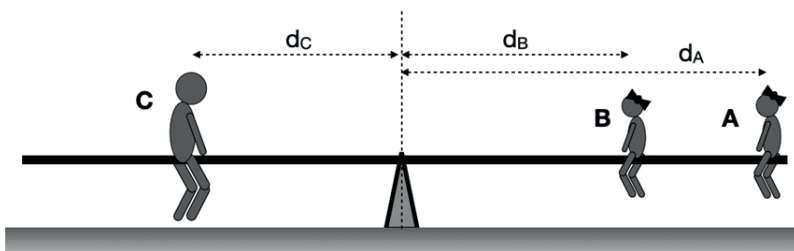
- (A) 0
- (B) 1,0
- (C) 2,5
- (D) 5,0
- (E) 10

RASCUNHO



14

Carlos (C), de massa $m_C = 80$ kg, decide brincar de gangorra com suas filhas Alice (A), de massa $m_A = 30$ kg, e Beatriz (B), de massa $m_B = 25$ kg. Alice (A) e Beatriz (B) se sentam, respectivamente, a $d_A = 1,2$ m e $d_B = 0,8$ m, à direita do ponto de apoio da gangorra, como mostrado na Figura.



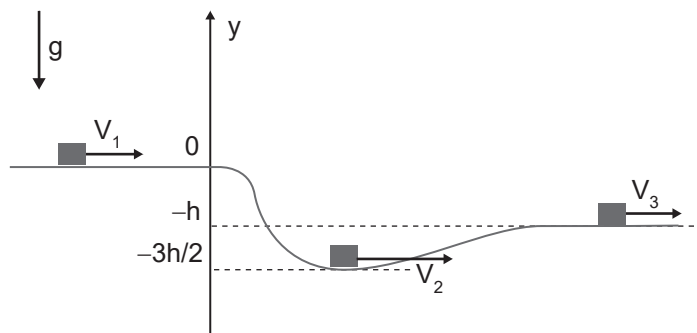
Sabe-se que o ponto de apoio da gangorra está centralizado e que a tábua possui distribuição de massa uniforme.

Em que posição d_C , em metros, Carlos deve sentar-se para que a gangorra fique equilibrada na horizontal, sem apoio dos pés?

- (A) 0,4
- (B) 0,5
- (C) 0,6
- (D) 0,7
- (E) 0,8

15

Um corpo desliza, sem atrito e sem resistência do ar, sobre um trilho, conforme mostra a Figura a seguir.



Sabendo que $V_1 = \sqrt{gh}$, calcule a razão V_2/V_3 .

- (A) $\sqrt{3}/2$
- (B) $2/3$
- (C) 1
- (D) $3/2$
- (E) $2/\sqrt{3}$

RASCUNHO

16

Em um recipiente de 10,0 L, fechado hermeticamente, está contida uma mistura gasosa ideal com 2,0 mol de oxigênio (O_2), 3,0 mol de nitrogênio (N_2) e 1,0 mol de dióxido de carbono (CO_2). O sistema se encontra em uma temperatura de 298 K.

Considerando-se as informações apresentadas, o valor da pressão parcial, em atm, para o gás CO_2 nessa mistura é, aproximadamente,

- (A) 2,5
(B) 4,9
(C) 7,4
(D) 9,8
(E) 14,7

Dado

$$R = 0,0821 \text{ L atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

17

Considerando-se os números quânticos principal (n), secundário (ℓ), magnético (m_ℓ) e spin (m_s), assim como o princípio de exclusão de Pauli, o número teórico máximo de elétrons que pode ocupar o nível $n = 5$ é

- (A) 12
(B) 20
(C) 32
(D) 40
(E) 50

Dado

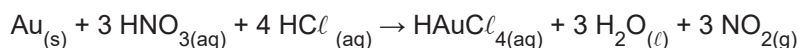
$$\ell = (n - 1);$$

$$m_\ell = \pm \ell;$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

18

O elemento químico ouro (Au) apresenta baixa reatividade a processos redox. Porém, esse metal reage com água régia, solução que contém os ácidos concentrados HCl e HNO_3 em uma proporção de 3:1 (v/v). A reação do ouro com a água régia produz o ácido cloroáurico ($HAuCl_4$), conforme a equação a seguir.

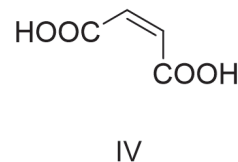
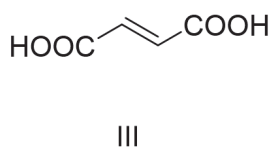
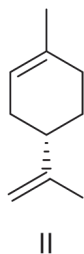
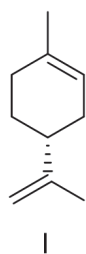


O estado de oxidação do elemento ouro no ácido cloroáurico é

- (A) - 4
(B) - 1
(C) 0
(D) + 3
(E) + 4

19

Abaixo são apresentadas as estruturas de quatro compostos, numerados como I, II, III e IV.



Sobre esses compostos, verifica-se que

- (A) I e II são isômeros cis/trans.
(B) III e IV são isômeros ópticos.
(C) I e II têm o mesmo ponto de ebulição.
(D) III e IV têm o mesmo ponto de ebulição.
(E) III e IV têm a mesma polaridade.

20

Microplásticos são uma classe de poluentes particulados, com dimensões menores que 5 mm. Eles têm causado crescente preocupação ambiental.

Os microplásticos são

- (A) facilmente identificados, o que faz com que possam ser amplamente reciclados.
 (B) geralmente polímeros, como o polietileno, o polipropileno e o poliestireno.
 (C) facilmente biodegradáveis e não persistem no meio ambiente.
 (D) compostos orgânicos, logo não causam grandes preocupações ambientais.
 (E) originados de ciclos ecológicos naturais.

21

A trietilamina, $(\text{CH}_3\text{CH}_2)_3\text{N}$, e o ácido benzoico, $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$, são compostos orgânicos que têm propriedades físico-químicas e reatividade distintas. Sobre esses dois compostos e suas reações, analise as afirmações a seguir.

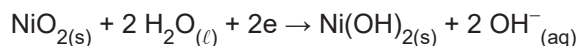
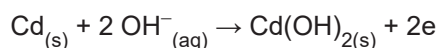
- I – A trietilamina pode agir como uma base de Arrhenius.
 II – O ácido benzoico pode formar ligações hidrogênio intermoleculares.
 III – A trietilamina pode reagir com o ácido benzoico levando à formação de um sal.

É correto o que se afirma em

- (A) I, apenas
 (B) II, apenas
 (C) I e III, apenas
 (D) II e III, apenas
 (E) I, II e III

24

Um dos tipos mais comuns de bateria é a bateria de Cd-Ni. As reações espontâneas envolvidas na geração de corrente elétrica nesse tipo de bateria são simplificadaamente apresentadas a seguir.



Nas baterias de Cd-Ni,

- (A) a diferença de potencial, para produzir corrente, deve ser zero.
 (B) o Cd é reduzido.
 (C) o $\text{Cd}_{(s)}$ é o catodo.
 (D) o $\text{OH}^-_{(aq)}$ é eletrólito no sistema.
 (E) os elétrons fluem do terminal com NiO_2 para o de Cd.

22

Pontos quânticos de carbono (CQD) são nanoestruturas cristalinas compostas, essencialmente, de carbono gráfico sp^2 . Essas nanopartículas podem ser dispersas, na forma coloidal, em meio aquoso, formando uma mistura. Nesse contexto, considere uma dispersão aquosa de CQD que tem teor total de carbono de $12 \mu\text{g L}^{-1}$ e 1000 átomos de carbono por nanoestrutura.

Com base nesses dados, qual é a quantidade de nanoestruturas em 1 L dessa dispersão aquosa?

- (A) 6×10^{10}
 (B) 6×10^{12}
 (C) 6×10^{14}
 (D) 6×10^{16}
 (E) 6×10^{18}

Dado

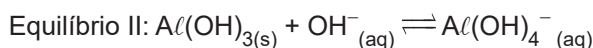
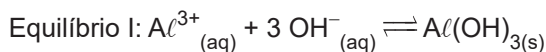
$$1 \mu\text{g} = 1 \times 10^{-6} \text{ g}$$

$$1 \text{ mol} = 6 \times 10^{23} \text{ átomos}$$

$$\text{Massa molar do C} = 12 \text{ g mol}^{-1}$$

23

Os equilíbrios simultâneos, apresentados a seguir, envolvem a presença de alumínio em meio aquoso alcalino.



Considerando-se os equilíbrios apresentados, verifica-se que a(o)

- (A) solubilidade do $\text{Al}(\text{OH})_{3(s)}$, em mol L^{-1} , é dada por $[\text{Al}^{3+}] + [\text{Al}(\text{OH})_4^-]$.
 (B) Al^{3+} , no Equilíbrio I, é uma base, segundo Lewis.
 (C) inverso do Equilíbrio II é o produto de solubilidade do $\text{Al}(\text{OH})_3$.
 (D) alumínio está predominantemente como $\text{Al}(\text{OH})_{3(s)}$ nos extremos ácido e básico.
 (E) alumínio, em meio muito ácido, estaria predominantemente na forma de $\text{Al}(\text{OH})_4^-$.

25

Considere uma solução aquosa de um agroquímico comercial que contém 1,2 %, m/v, do elemento manganês, presente nessa solução como Mn^{2+} e que se encontra quelado com ácido etilenodiamino tetracético dissódico (EDTA). Para aplicar esse agroquímico em uma determinada área de cultivo, será necessário diluir essa solução comercial de forma a se obter 10 L de solução aquosa contendo Mn^{2+} na concentração de $0,01 \text{ mol L}^{-1}$.

Para preparar essa segunda solução, qual será o volume necessário, em mL, da solução comercial?

- (A) 54
- (B) 145
- (C) 252
- (D) 304
- (E) 458

Dado

$$M_{(\text{Mn})} = 55 \text{ g mol}^{-1}$$

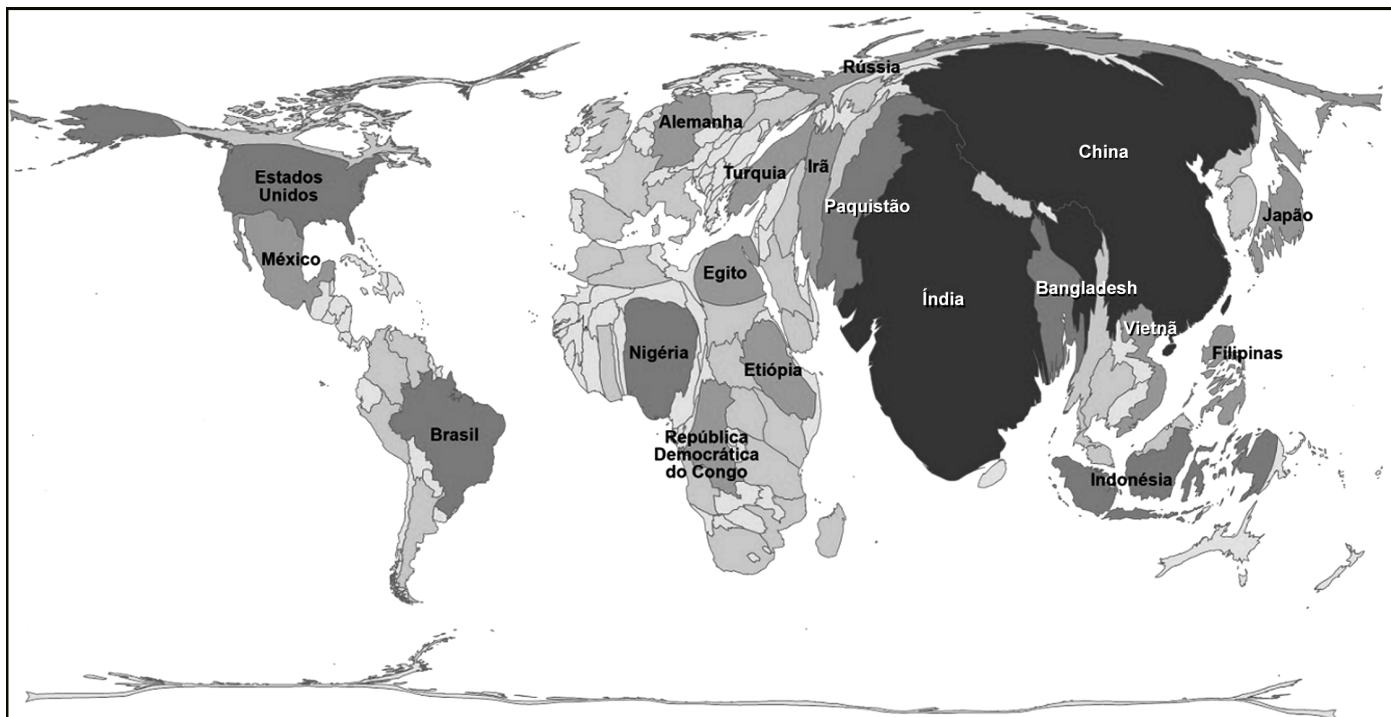
RASCUNHO

RASCUNHO



26

Analise o cartograma a seguir.

Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20815>. Acesso em: 23 jul. 2024. Adaptado.

Considerando-se as propriedades das projeções cartográficas por anamorfose geográfica, o cartograma apresentado representa a

- (A) exportação de *commodities*
- (B) população total dos países
- (C) produção de armas nucleares
- (D) riqueza da produção industrial
- (E) geração de energias sustentáveis

27

Nos estudos relacionados a fenômenos atmosféricos, anticiclone é uma região atmosférica

- (A) caracterizada por altas pressões.
- (B) definidora de instabilidade para o clima do entorno.
- (C) existente nos polos, quando ocorrem nebulosidade e nevascas.
- (D) originada nos oceanos tropicais por ventos quentes e anti-horários.
- (E) recorrente em catástrofes geradas por tempestades marítimas.

28

O sistema portuário mundial vem apresentando mudanças significativas desde o advento da globalização nos anos de 1990. Dentre essas mudanças, está a expansão da construção de portos do tipo “hub” no mundo. Esses portos consistem em “nós” concentradores de cargas e de linhas de navegação.

Dentre os principais objetivos dos portos “hub”, destaca-se a

- (A) ampliação das escalas de circulação das companhias internacionais, aumentando a competitividade.
- (B) desconcentração das rotas de circulação marítima, evitando os grandes desastres ambientais nos oceanos.
- (C) eliminação dos concorrentes de bandeira internacional, enfrentando o domínio asiático nos portos de todo mundo.
- (D) elevação da presença de grandes porta-contêineres, carregados e descarregados em uma única parada por região.
- (E) redução do tamanho dos navios e aumento da eficiência portuária, eliminando os enormes custos devidos às paradas de grandes embarcações.

29

Na imagem a seguir, observam-se as Colinas de Golã, que foram anexadas pelo Estado de Israel na Guerra dos Seis Dias em 1967.



Disponível em: https://2.bp.blogspot.com/_9fNKRYQxUNw/SyFqOw1naMI/AAAAAAAAABYg/V65YiNZAZ8/s1600/colinas+gol%C3%A3.bmp. Acesso em: 23 jul. 2024.

Ainda hoje, essas colinas são estratégicas para a sobrevivência do Estado judeu na Palestina porque

- (A) representam a força do sionismo internacional e anti-árabe na região.
- (B) possibilitam a articulação política entre os grupos terroristas anti-israelenses.
- (C) abastecem o Rio Jordão, fundamental para a economia e a sociedade israelense.
- (D) concentram as principais cidades israelenses, criadas após a guerra contra os sírios.
- (E) preservam a história do povo judeu na Palestina, após a colonização britânica na região.

30

O uso de biotecnologia na agricultura é um dos avanços mais expressivos da ciência nos últimos 40 anos. Todavia, há discussões sobre as consequências dessa prática para a população humana.

Nesse contexto, um ponto polêmico das discussões diz respeito ao uso de

- (A) biocidas
- (B) biodegradação
- (C) energia por biomassa
- (D) sementes geneticamente modificadas
- (E) vacinas para a pecuária

31

Práticas Sustentáveis de Meio Ambiente, Responsabilidade Social e Governança Democrática têm sido cada vez mais buscadas por empresas que desejam se destacar no mercado e atrair mais investimentos.

Essas práticas preparam as empresas para

- (A) atuarem em emergências climáticas atuais e futuras.
- (B) eliminarem os cargos de gerência corporativa.
- (C) reduzirem os salários para contenção do consumo.
- (D) retornarem às dinâmicas tradicionais do trabalho.
- (E) serem eficazes no uso dos combustíveis fósseis.

32

A atual guerra entre a Rússia e a Ucrânia afetou intensamente a segurança europeia e a asiática, fortalecendo novas dinâmicas geopolíticas na Europa do pós-Guerra Fria e depois do desaparecimento da União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), em 1991.

A mudança do jogo geopolítico na Eurásia teve influência nessa guerra devido à(ao)

- (A) ação terrorista do movimento separatista checheno e do Daguestão.
- (B) formação de novos países nos Balcãs e ao fim da hegemonia sérvia.
- (C) expansão da influência da Organização do Tratado do Atlântico Norte (OTAN) e da União Europeia no Leste europeu.
- (D) desaparecimento do Pacto de Varsóvia e à emergência da China socialista.
- (E) rompimento do Reino Unido com a União Europeia e da Ucrânia com a Comunidade dos Estados Independentes (CEI).

33

As condições político-institucionais da cidade do Rio de Janeiro, desde a sua fundação, em 1565, são *sui generis* na história das cidades brasileiras. Em 1960, um novo Distrito Federal foi definido no país, tirando essa condição político-institucional da cidade carioca, que detinha o título de capital da República desde 1891.

A solução jurídico-administrativa encontrada para compensar a relativa perda do protagonismo do Rio de Janeiro no cenário político nacional foi elevar a cidade, em 1960, à condição de

- (A) cidade autônoma
- (B) estado supranacional
- (C) metrópole nacional
- (D) região metropolitana
- (E) unidade da federação

Continua

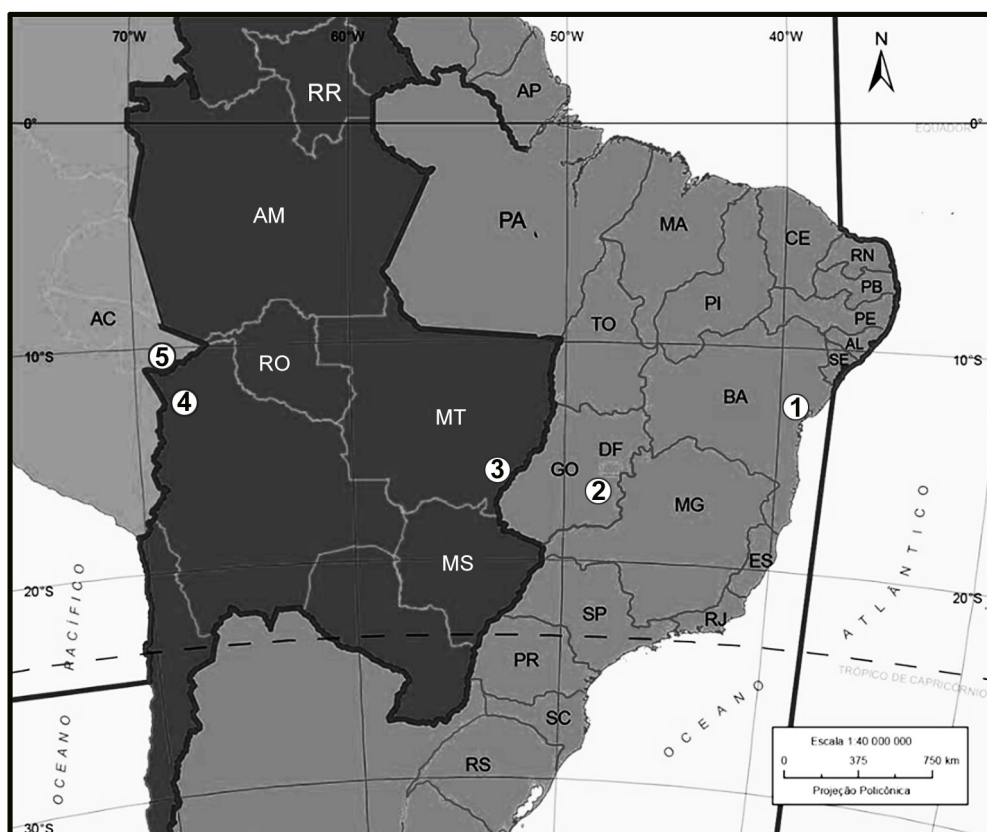
34

Em 2015, a Unesco instituiu o dia 26 de julho como o Dia Internacional para a Conservação dos Manguezais, com o objetivo de reforçar a importância desses ecossistemas para as vidas marinha e terrestre, já que eles

- (A) concentram muita água das chuvas, gerando inundações litorâneas nos períodos de verão.
- (B) eliminam o oxigênio das águas doces e salgadas, evitando a ressurgência gerada pelas algas.
- (C) reforçam a erosão costeira, concentrando água e solos porosos e flexíveis.
- (D) retiram a matéria orgânica dos estuários dos rios, eliminando espécies nocivas de peixes.
- (E) são berçários naturais para as espécies locais, abrigando as de outros ecossistemas litorâneos.

35

A dinâmica dos fusos horários do planeta estabelece uma lógica global de conexão entre os lugares e os países a partir da regularização das horas oficiais. Nesse contexto, considere os pontos 1, 2, 3, 4 e 5 marcados no mapa a seguir.



Disponível em: <https://atlasescolar.ibge.gov.br/brasil/3033-federacao-e-territorio/territorio.html>. Acesso em: 7 out. 2024. Adaptado.

Se no ponto 1 a hora oficial for 13h, nos pontos 2, 3, 4 e 5, as horas oficiais, respectivamente, serão

- (A) 13h / 14h / 14h / 15h
- (B) 13h / 12h / 12h / 11h
- (C) 13h / 13h30min / 14h / 14h
- (D) 13h30min / 13h30min / 14h / 14h
- (E) 12h30min / 12h30min / 12h / 12h

RASCUNHO

36

Observe a imagem a seguir.



Progresso Americano - Pintura de John Gast – 1872

Disponível em: <https://unilahistoria.blogspot.com/2012/08/progresso-americano-1872-de-john-gast.html>. Acesso em: 24 jul. 2024.

A pintura apresentada foi feita por John Gast no auge da expansão estadunidense para o oeste.

Nela, está representada a ideia de que

- (A) a América deve estar controlada pelos estadunidenses, como pregava a Doutrina Monroe contra a intervenção europeia.
- (B) as mulheres têm protagonismo na conquista de territórios, ressaltando a importância do movimento feminista da época.
- (C) os estadunidenses, com o poder das armas e da tecnologia, incorporaram todos os povos originários à nova nação.
- (D) os estadunidenses tinham por missão expandir-se por toda a região, como se houvesse um Destino Manifesto dado por Deus.
- (E) os estadunidenses eram os primeiros habitantes das Américas e podiam ocupar o continente pelo princípio do *uti possidetis*.

37

De 1550 a 1860, chegaram ao território do atual Brasil quatro milhões de africanos escravizados. Ao mesmo tempo, vários senhores de terra se utilizavam de mão de obra escravizada indígena.

No entanto, a partir do século XVII, ficou proibida a escravização de indígenas porque

- (A) a população africana estava mais concentrada no território de origem, o que tornava mais fácil a sua apreensão pelos portugueses.
- (B) o tráfico negreiro era uma atividade lucrativa para a metrópole, e o tráfico interno de indígenas era lucrativo para a colônia, sendo uma atividade concorrente à da metrópole.
- (C) os africanos eram mais fortes e acostumados à lavoura, já que produziam alimentos em larga escala no seu continente de origem.
- (D) os colonos de São Vicente se apropriaram de toda a mão de obra indígena e só restou aos senhores de engenho utilizar mão de obra africana.
- (E) os nativos se recusavam a trabalhar para os portugueses na lavoura de cana, preferindo o trabalho assalariado na atividade pecuária.

38

Ao longo do século XVIII, a América portuguesa foi palco de revoltas, de movimentos insurgentes e de sublevações, que contaram com uma composição social diversa e que tiveram variadas motivações.

Nesse contexto, a participação ativa de escravos e libertos e o desejo de autonomia política podem ser relacionados à (ao)

- (A) Conjuração Baiana
- (B) Guerra dos Mascates
- (C) Inconfidência Mineira
- (D) Revolta de Beckman
- (E) Levante do Terço Velho

39

O texto a seguir foi escrito por Bartolomeu de las Casas (1484-1566), frade espanhol missionário na colonização espanhola da América e conhecido como defensor dos indígenas.

[O] lugar-tenente assassinou a muitos índios enforcando-os e queimando-os vivos. Lançando outros aos cães, cortando-lhes as mãos, a cabeça, a língua, estando eles em paz, isto somente para lhes incutir terror, a fim de que os servissem e lhes dessem ouro.

LAS CASAS, Bartolomé de. **O paraíso destruído**: a sangrenta história da conquista da América Espanhola. Porto Alegre: L&PM, 2011. p. 72. Adaptado.

O processo descrito no texto foi característico da colonização espanhola na América, na qual

- (A) a paz entre os povos era negociada com os nativos em troca do ouro que esses possuíam em suas comunidades.
- (B) os objetivos eram a exploração dos metais preciosos e a utilização da mão de obra nativa para sua extração.
- (C) os indígenas representavam, para os espanhóis, apenas almas a serem civilizadas e convertidas à fé cristã.
- (D) os espanhóis impuseram sua língua, destruíram os códigos nativos e se apropriaram das terras por meio de negociação pacífica.
- (E) os espanhóis pretendiam tornar os nativos incapazes para a lavoura e tomar para si o cultivo e a venda dos produtos da terra indígena.

40

Rousseau afirmava que a liberdade natural do homem, seu bem-estar e sua segurança seriam preservados por meio do contrato social.

Essa ideia contratualista de sociedade pode ser associada às formulações gerais do

- (A) Absolutismo
- (B) Anarquismo
- (C) Iluminismo
- (D) Comunismo
- (E) Socialismo

41

A fotografia a seguir foi feita em um dos pontos de recepção e registro que, no final do século XIX e início do XX, acolheram alguns dos milhões de imigrantes que chegaram ao Brasil, vindos de diferentes lugares.



Refeitório da Hospedaria. Ilha das Flores. Sem data.
Autor desconhecido. Coleção Leopoldino Brasil.

Disponível em: <https://www.mlif.org.br/index.php?p=leopoldino-brasil>. Acesso em: 24 jul. 2024.

Ao analisar essa fotografia, percebe-se a(o)

- (A) expressiva presença feminina, o que pode ser associado às conquistas das mulheres por espaço de trabalho nas fábricas.
- (B) predominância de pessoas de camadas sociais mais abastadas, o que vai ao encontro dos esforços do governo brasileiro em atrair capitais.
- (C) avançada idade dos imigrantes, o que remete à ideia de que o Brasil era visto como um destino apazível em função do clima tropical.
- (D) presença de uma população majoritariamente branca, o que pode ser associado a uma política de branqueamento da população.
- (E) descaso com as condições médico-sanitárias dos imigrantes, o que levou à disseminação de inúmeras doenças.

42

Frente ao complexo cenário internacional da Segunda Grande Guerra Mundial, o governo brasileiro

- (A) permaneceu neutro durante todo o conflito, procurando obter vantagens por meio de negociações com todos os países em guerra.
- (B) enviou tropas em apoio ao governo fascista italiano, pois vivia-se sob a ditadura varguista.
- (C) aderiu, após um período de indefinição, à aliança de países antifascistas liderados por americanos, soviéticos e ingleses.
- (D) foi pressionado pela grande população de imigrantes da Alemanha, da Itália e do Japão, tornando-se o principal aliado desses países na América Latina.
- (E) opôs-se à guerra e adotou uma política conciliatória com os países em conflito, pois vivia-se sob o governo democrático de Getúlio Vargas.

43

O trecho de reportagem a seguir, publicado em 11/11/2020 no jornal *El País – Brasil*, refere-se à Revolta da Chibata, movimento ocorrido na cidade do Rio de Janeiro em novembro de 1910.

Há 110 anos, marujos denunciaram chibata na Marinha e racismo no Brasil pós-abolição

[...] Como o Governo era surdo aos clamores, os marinheiros resolveram pressionar de uma forma mais drástica. Atacaram os comandantes dos navios, matando alguns deles, assumiram os timões e viraram os canhões para o Rio [...]

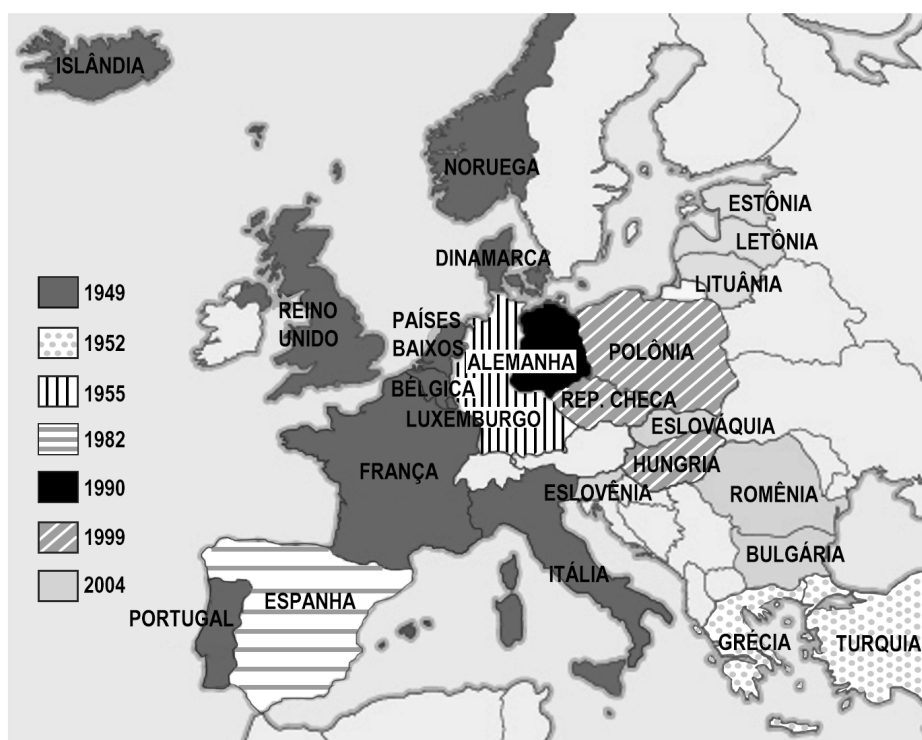
Disponível em: <https://brasil.elpais.com/noticias/marina-brasil>. Acesso em: 31 jul. 2024. Adaptado.

Considerando-se o trecho apresentado e o contexto histórico, observa-se que

- (A) o risco de bombardeio à capital apressou a negociação para o fim do movimento.
- (B) o sucesso desse movimento fez o governo suspender as punições e iniciar uma política antirracista.
- (C) o oficialato da Marinha apoiou os marinheiros e promoveu os líderes, e o governo aceitou as reivindicações.
- (D) as chibatadas, como punição, não tinham relação com as práticas racistas presentes na sociedade brasileira.
- (E) as formas de punição aplicadas no período escravista persistiram, mesmo com o fim da escravidão.

44

No mapa a seguir, estão representados alguns países que fazem parte da Organização do Tratado do Atlântico Norte (Otan), de acordo com o ano de entrada desses países nessa organização. A Otan é uma aliança militar criada após a Segunda Grande Guerra Mundial e que reúne, atualmente, 29 países europeus e dois norte-americanos: Estados Unidos da América e Canadá.



Disponível em: https://blogger.googleusercontent.com/img/b/R29vZ2xl/AVvXsEgIsSoZrmi8puQHbVSg0aIQaz0PIFDzN60uldv4p96GuzlTiSVE_2HyOWfz3_z3INRNxd5T1l1Qllwk61qVTp71nhZ7J5bMTjFP4RxSFHILQ5KkgFr3t1cDDx-U2Q3UUUs0dNdBmA2UyJaz9/s1600/2008_2_11_graf_a.jpg. Acesso em: 31 jul. 2024. Adaptado.

A partir da análise do mapa apresentado, verifica-se que

- (A) a divisão ideológica entre socialistas e capitalistas, ocorrida durante a Guerra Fria, se mantém.
- (B) a expansão da Otan, a partir de 1999, ocorreu com a adesão de países da Europa oriental.
- (C) a maioria dos Estados europeus discorda do militarismo promovido pela Otan e mantém-se neutra.
- (D) o período de expansão da Otan corresponde ao auge da Guerra Fria entre as décadas de 1960 e 1970.
- (E) os países do antigo bloco socialista não aderiram à Otan após o fim da União Soviética.

45

Após o final da Segunda Grande Guerra Mundial, em meio ao reordenamento do sistema político internacional, novos Estados Nacionais se formaram na Ásia e na África, e seus distintos processos de independência foram impulsionados por diversas ideias.

A respeito dessas ideias, verifica-se que a(o)

- (A) defesa da convivência pacífica com os antigos colonizadores e da harmonia entre os povos foi a base para uma transição negociada no Sudeste asiático.
- (B) valorização dos princípios do liberalismo foram centrais para a obtenção de apoio internacional do bloco capitalista em meio às tensões inerentes ao ambiente da Guerra Fria.
- (C) pensamento pan-africanista valorizava uma unidade e uma identidade africanas, vinculadas a trajetórias de luta comuns, como o combate ao racismo e à dependência colonial.
- (D) nacionalismo indiano, sob a liderança de Mahatma Gandhi, incorporava princípios ocidentais para a formação de um exército que conduzisse à luta armada contra o domínio inglês.
- (E) pan-arabismo norteou as ações de luta contra o colonialismo no norte da África, a partir da construção de uma identidade comum vinculada ao fundamentalismo religioso islâmico.

RASCUNHO

**PROVA DISCURSIVA
DE MATEMÁTICA****Questão 1 (Valor: 2,5 pontos)**

Encontre todas as soluções reais distintas de cada uma das equações abaixo.

Explicitar o número de soluções reais distintas.

a) $x^2 - 5x = 6$

$x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x = 6$. Ou seja, há duas raízes reais distintas.

b) $x^2 - 5|x| = 6$

Sabe-se que $x^2 = |x|^2$. Tem-se que $|x|^2 - 5|x| - 6 = 0 \Rightarrow |x| = -1$ ou $|x| = 6$. Note que $|x| = -1$ é impossível e que $|x| = 6$ tem soluções $x = -6$ e $x = 6$. Ou seja, a equação original tem duas raízes reais distintas.

Questão 1 (Continuação)

c) $|x^2 - 5|x|| = 6$

$|x^2 - 5|x|| = 6 \Rightarrow |x|^2 - 5|x| = 6$ ou $|x|^2 - 5|x| = -6$. Resolvendo-se os dois casos.

Caso 1: $|x|^2 - 5|x| - 6 = 0 \Rightarrow x = -6$ ou $x = 6$.

Caso 2: $|x|^2 - 5|x| + 6 = 0 \Rightarrow |x| = 2$ ou $|x| = 3 \Rightarrow x = -2, x = 2, x = -3$ ou $x = 3$.

Assim, a equação original tem seis raízes reais distintas.

Questão 2 (Valor: 2,5 pontos)

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função $f(x) = \cos(2\pi x)$.

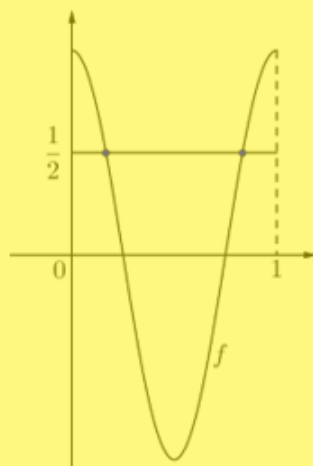
- a) Qual é o valor de $f\left(\frac{1}{2}\right)$?

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \cos(\pi) = -1$$

- b) Quantas e quais são as soluções distintas da equação $f(x) = \frac{1}{2}$ para x no intervalo $[0, 1)$?

As soluções são duas: $x = \frac{1}{6}$ e $x = \frac{5}{6}$.

Esboço do gráfico da função f :



Assim, o gráfico confirma que existem duas soluções distintas nesse intervalo.

Questão 2 (Continuação)

c) Quantas soluções distintas tem a equação $f(f(x)) = \frac{1}{2}$ para x no intervalo $[0,1)$?

A função f assume valores em $[-1,1]$ e é periódica com período 1.

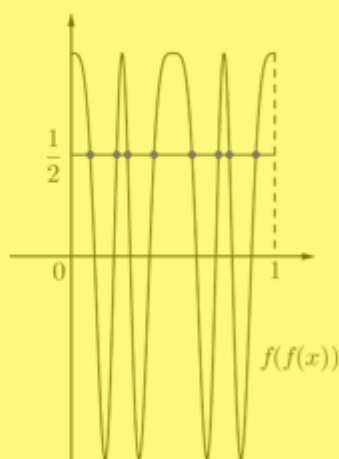
Para k inteiro, tem-se $f(k) = 1$ e $f\left(k + \frac{1}{2}\right) = -1$. A função f é estritamente decrescente no intervalo $\left[k, k + \frac{1}{2}\right]$ e estritamente crescente no intervalo $\left[k + \frac{1}{2}, k + 1\right]$.

Assim, para todo $y \in (-1,1)$ e $k \in \mathbb{Z}$ fixos, a equação $f(x) = y$ tem uma única solução para $x \in \left(k, k + \frac{1}{2}\right)$ e outra para $x \in \left(k + \frac{1}{2}, k + 1\right)$.

Para $y = 0$ as soluções em $[0,1)$ são $x = \frac{1}{4}$ e $x = \frac{3}{4}$; para $y = -\frac{1}{2}$ as soluções em $[0,1)$ são $x = \frac{1}{3}$ e $x = \frac{2}{3}$.

Tem-se $f(f(0)) = 1$, $f\left(f\left(\frac{1}{6}\right)\right) = -1$, $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right) = 1$, $f\left(f\left(\frac{1}{3}\right)\right) = -1$, $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = 1$, $f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right) = -1$, $f\left(f\left(\frac{3}{4}\right)\right) = 1$, $f\left(f\left(\frac{5}{6}\right)\right) = -1$ e $f(f(1)) = 1$. Em cada um dos intervalos $\left[0, \frac{1}{6}\right]$, $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]$, $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ e $\left[\frac{3}{4}, \frac{5}{6}\right]$ a função composta $f(f(x))$ é estritamente decrescente. Em cada um dos intervalos $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right]$, $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$, $\left[\frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right]$ e $\left[\frac{5}{6}, 1\right]$ a função composta $f(f(x))$ é estritamente crescente.

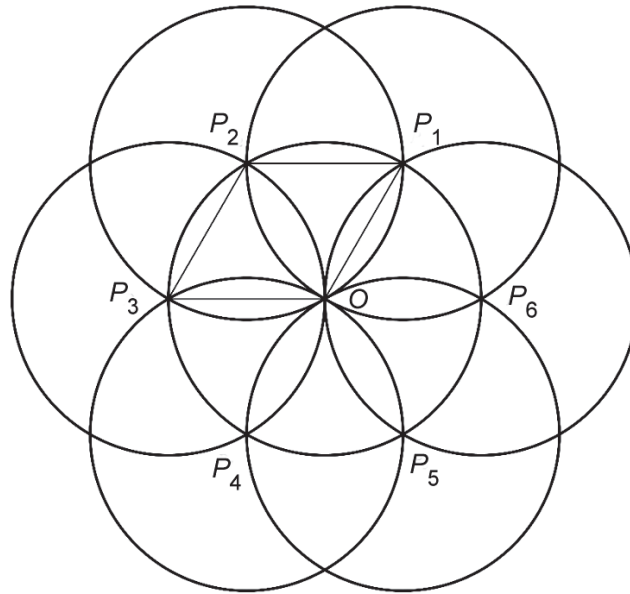
Esboço do gráfico de $y = f(f(x))$:



Existem oito soluções distintas nesse intervalo.

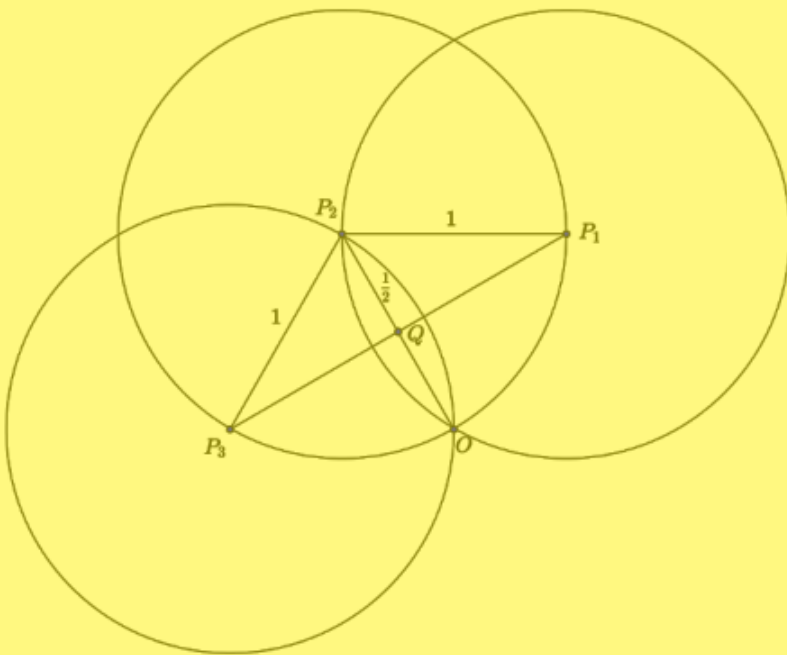
Questão 3 (Valor: 2,5 pontos)

Foi traçado no plano um círculo de centro O e raio 1 e foram marcados sobre o círculo os seis pontos P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 e P_6 , igualmente espaçados. Em seguida, foram traçados círculos de raio 1 com centros P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 e P_6 , como mostrado na Figura. Foram traçados também os segmentos de reta $OP_1, P_1P_2, P_2P_3, P_3O$.



- a) Qual é a distância entre os pontos P_1 e P_3 ?

Seja Q o ponto médio de OP_2 : Q é a interseção entre as diagonais do paralelogramo. Por Pitágoras, tem-se $(1)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (P_1Q)^2$ donde $P_1Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $P_1P_3 = 2 \cdot P_1Q = \sqrt{3}$.



(Continua)

Questão 3 (Continuação)

- b) Qual é a área do paralelogramo de vértices O, P_1, P_2 e P_3 ?

O paralelogramo tem base 1 e altura $\frac{\sqrt{3}}{2}$, donde sua área é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- c) Sejam C_0 e C_2 os círculos traçados de centros O e P_2 , respectivamente. Qual é a área da interseção entre os discos de bordos C_0 e C_2 , ou seja, da região interior aos dois círculos C_0 e C_2 ?

Seja A o paralelogramo do item anterior. Seja B_0 o setor circular limitado pelos segmentos OP_1, OP_3 e pelo menor arco de círculo em C_0 ligando P_1 a P_3 . Seja B_2 o setor circular limitado pelos segmentos P_2P_1, P_2P_3 e pelo menor arco de círculo em C_2 ligando P_1 a P_3 . Tem-se que $\text{Área}(B_0) = \text{Área}(B_2) = \frac{\pi}{3}$.

Seja L a região de interesse. Tem-se que $L = B_0 \cup B_2$ e $A = B_0 \cap B_2$ donde:

$$\text{Área}(L) = \text{Área}(B_0) + \text{Área}(B_2) - \text{Área}(A) = 2 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{6}.$$

Questão 4 (Valor: 2,5 pontos)

Em um jogo são usados dois tipos de dados. O dado cúbico é o dado comum, com 6 faces equiprováveis numeradas de 1 a 6. O dado dodecaédrico tem 12 faces equiprováveis numeradas de 1 a 12.

- a) O primeiro jogador lança um dado dodecaédrico. Qual é a probabilidade de que o resultado seja maior do que 9?

A probabilidade pedida é igual a $P_a = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

- b) O segundo jogador lança dois dados cúbicos e soma os pontos dos dois dados. Qual é a probabilidade de que o resultado seja maior do que 9?

Há seis casos favoráveis, donde a probabilidade pedida é igual a

$$P_b = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(Continua)

Questão 4 (Continuação)

- c) O primeiro jogador lança um dado dodecaédrico, e o segundo jogador lança dois dados cúbicos e soma os pontos dos dois dados. Qual é a probabilidade de que o resultado obtido pelo segundo jogador seja menor do que o resultado obtido pelo primeiro jogador?

Sejam m_1 e m_2 elementos de $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. A probabilidade de que o primeiro jogador tire um número maior do que $m_1 + m_2$ é $P_{m_1, m_2} = \frac{12 - m_1 - m_2}{12}$.

A probabilidade desejada é:

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{1}{36} \cdot \sum_{1 \leq m_1, m_2 \leq 6} P_{m_1, m_2} = \frac{1}{36 \cdot 12} \cdot \sum_{1 \leq m_1, m_2 \leq 6} (12 - m_1 - m_2) \\ &= 1 - \frac{1}{36 \cdot 12} \cdot \sum_{1 \leq m_1, m_2 \leq 6} (m_1 + m_2) \\ &= 1 - \frac{1}{36 \cdot 12} \cdot \left(6 \cdot \left(\sum_{1 \leq m_1 \leq 6} m_1 \right) + 6 \cdot \left(\sum_{1 \leq m_2 \leq 6} m_2 \right) \right) \\ &= 1 - \frac{1}{36 \cdot 12} \cdot (6 \cdot 21 + 6 \cdot 21) = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

